

# Muller-Schupp の定理

y. (@waidotto)

Muller-Schupp の定理とは、組合せ群論における定理の一つであり、正確には次のように述べられます。

**定理 1 (Muller and Schupp [MS83], 1983).** 有限生成な群  $G$  の語の問題が文脈自由言語であることと、 $G$  が virtually free group であることは同値である。

ここで文脈自由言語 (context-free language) は形式言語理論に属する概念であり、一方で virtually free group は群論に属する概念です。この 2 つの “free” の概念はそれぞれの分野で独立に定義されたものなので、これらが一致することは全然自明なことではありません。ですから、Muller-Schupp の定理は、形式言語理論と群論という全く異なる数学の 2 つ (あるいはそれ以上) の分野を結びつける結果だと言うことができるでしょう。本講演では、この Muller-Schupp の定理の主張が意味する内容を説明し、その証明に用いられた道具の概要を具体例を通して解説しようと思います。

前提知識としては、例えば

- オートマンの理論と形式言語理論の初歩 (プッシュダウンオートマトンや文脈自由文法など)
- 群論の初歩 (自由群や群の表示など)

などを知っているとよいと思いますが、なるべく具体例を通した平易な説明を心掛けたいと思っています。

当日までの進捗 (や講演時間) によっては HNN 拡大や Bass-Serre 理論など、関連する別の内容について話すかもしれません。

## 参考文献

- [Ant09] Y. Antolín, On Cayley graphs of virtually free groups, arXiv Preprint, 2009, <https://arxiv.org/abs/0911.2177>.
- [CSW12] T. Ceccherini-Silberstein, W. Woess, Context-free pairs of groups I: Context-free pairs and graphs, *Eur. J. Comb.* **33** no. 7 (2012) 1449–1466, <https://doi.org/10.1016/j.ejc.2012.03.011>.
- [DW12] V. Diekert, A. Weiß, Context-Free Groups and Their Structure Trees, *Int. J. Alg. Comp.* **23** no. 3 (2012) 611–642, <http://dx.doi.org/10.1142/S0218196713500124>, (arXiv: <http://arxiv.org/abs/1202.3276>).
- [Kid11] 木田良才, Bass-Serre 理論と Stallings の定理について, 第 8 回城崎新人セミナー報告集, 2011, <https://www.ms.u-tokyo.ac.jp/~kida/jarticle/11kinosaki.pdf>.
- [MS83] D. Muller, P. Schupp, Groups, the Theory of ends, and context-free languages, *J. Comput. Syst. Sci.* **26** no. 3 (1983) 295–310, [https://doi.org/10.1016/0022-0000\(83\)90003-X](https://doi.org/10.1016/0022-0000(83)90003-X).
- [Ser77] J.-P. Serre. Arbres, amalgames,  $SL_2$ . *Astérisque* **46** (1977), [http://www.numdam.org/item/AST\\_1983\\_\\_46\\_\\_1\\_0/](http://www.numdam.org/item/AST_1983__46__1_0/).
- [Ser80] J.-P. Serre (translated by J. Stillwell), *Trees*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1980, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-61856-7>.