

リーマンローホとの遭遇

@FryingPenguin

2019年12月15日

概要

この講演の目的は、線形代数学、位相空間論、複素関数論、代数学の初歩に触れたことのある方にリーマン面の理論の一端を紹介することである。

リーマン面とは、1次元複素複素多様体、すなわち(局所的に)複素関数論が展開できる曲面のことである。たとえば、球面や皮だけのドーナツや二人乗りの浮き輪などもリーマン面である。代数曲線、円 $x^2 + y^2 = 1$ や放物線 $y = x^2$ も複素数の範囲で考えればリーマン面となる。

空間を調べる際に、その空間上で定義された関数(環)を調べるのは常套手段であるが、コンパクトなリーマン面上には、大域的な正則関数が(定数関数しか)存在しない。したがって、極の存在を認めた有理型関数(体)や局所的な関数の集まりである層の概念が極めて重要になる。リーマンローホの定理は、層(コホモロジー)の理論を用いて示される定理で、リーマン面上の特定の極を持つ有理型関数の数(次元)を計算する手がかりを与えてくれる。この講演では、最も基本的なリーマン面である球面とトーラスを通してリーマンローホの定理の紹介をしたい。

参考文献

- [小木曾] 小木曾 啓示, 「代数曲線論」, 朝倉書店 (2002)
- [今野] 今野一宏, 「リーマン面と代数曲線」, 共立出版 (2015)
- [斎藤] 斎藤政彦, 層, 「現代数学の土壌 2」, 日本評論社 (2000), 181–196
- [藤本] 藤本坦孝, 「複素解析」, 岩波書店 (1996)
- [高橋] 高橋礼司, 「複素解析」, 東京大学出版会 (2015)
- [河野] 河野俊丈, 「曲面の幾何構造とモジュライ」, 日本評論社 (1997)